Advances in Cognitive Sciences
Vol 21, No. 4, Winter 2020
Research Article
Pages 46-57

# A comparative study of cognitive processes in students with deep versus superficial knowledge on interpreting graphs of mathematical functions based on Event-Related Potential

**Najmeh Farsad[1], Hassan Alamolhodaei[2]*, Ali Moghimi[2], Sahar Moghimi[3], Mehdi Jabbari Nooghabi[4]**

1. PhD in Mathematics Education, Faculty of Mathematical Sciences, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
2. Professor of Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematical Sciences, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
3. Professor of Department of Biology, Faculty of Sciences, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
4. Associate Professor of Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
5. Assistant Professor of Department of Statistics, Faculty of Mathematics Sciences, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

**Recieved:** 4 Apr. 2018
**Revised:** 17 Dec. 2018
**Accepted:** 20 Dec. 2018

**Keywords**
Event related potentials (ERPs)
Conceptual and procedural knowledge
Interpretation of the graph of function
Cognitive performance

**Corresponding author**
Hassan Alamolhodaei, Professor of Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematical Sciences, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

**Email:** Alam@um.ac.ir

doi.org/10.30699/icss.21.4.46

## Abstract

**Introduction:** The purpose of this study is to compare the cognitive processes and abilities of two groups of students by using and analyzing event-related potentials (ERPs) during solving problems on interpretation of the graph of functions.

**Methods:** The research method was quantitative and quasi-experimental. The participants of this study were 177 male undergrad engineering students. By the researcher-made mathematics test, participants were divided into two groups of deep conceptual and procedural knowledge (DK) group and superficial conceptual and procedural knowledge (SK) group. Fourteen students were randomly chosen from each group and taken the task and ERPs recording experiment.

**Results:** The DK group responded more accurately than the SK group. However, the reaction time of the two groups did not show significant variations. The ERP findings demonstrated that the amplitude of the P300 component for the SK group was considerably higher than that of the DK group over central, centro-parietal and parietal brain areas at the question window.

**Conclusion:** Although behavioral data in the reaction time of between two groups was almost identical, electrophysiological data indicated that doing the interpretation tasks in the SK group would have higher demands and activated further processing brain resources. Also, according to ERPs data, it was determined that the difference between the cognitive processing of the two groups occurs in the first stage and after seeing the graph of the function. These results point to the crucial role of cognitive neuroscientific technics in providing information on the differences in the cognitive performance of different individuals.

Citation: Farsad N, Alamolhodaei H, Moghimi A, Moghimi S, Jabbari Nooghabi M. A comparative study of cognitive processes in students with deep versus superficial knowledge on interpreting graphs of mathematical functions based on Event-Related Potential. Advances in Cognitive Sciences. 2020;21(4):46-57.

مجله تازه‌های علوم شناختی
دوره ۲۱، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۸
صفحات ۵۷-۴۶
مقاله پژوهشی

# مقایسه پردازش شناختی دانشجویانِ با دانش عمیق و سطحی در حل مسائل تفسیر نمودار تابع ریاضی: یک مطالعه پتانسیل وابسته به رویداد

نجمه فرساد[۱]، سید حسن علم الهدایی[۲*]، علی مقیمی[۳]، سحر مقیمی[۴]، مهدی جباری نوقابی[۵]

۱. دکترای آموزش ریاضی، گروه ریاضی کاربردی، آموزش ریاضی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
۲. استاد گروه ریاضی کاربردی، آموزش ریاضی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
۳. استاد گروه زیست‌شناسی، دانشکده علوم، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
۴. دانشیار گروه برق، مهندسی پزشکی، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
۵. استادیار گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

**دریافت:** ۱۳۹۷/۰۱/۱۵
**اصلاح نهایی:** ۱۳۹۷/۰۹/۲۶
**پذیرش:** ۱۳۹۷/۰۹/۲۹

**واژه‌های کلیدی**
پتانسیل‌های وابسته به رویداد
دانش مفهومی و رویه‌ای
تفسیر نمودار تابع
عملکرد شناختی

**نویسنده مسئول**
سید حسن علم الهدایی، استاد گروه ریاضی کاربردی، آموزش ریاضی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

**ایمیل:** Alam@um.ac.ir

doi.org/10.30699/icss.21.4.46

## چکیده

**مقدمه:** مطالعات رفتاری قبلی، فهم سطحی فراگیران از تابع و مباحث مرتبط با آن را عاملی موثر در مشکلات مربوط به حل مسائل تفسیر نمودار تابع می‌دانند. هدف این مطالعه بررسی این موضوع با استفاده از ابزار علوم اعصاب شناختی بود. بدین منظور پردازش‌های شناختی دو گروه از دانشجویان با دانش عمیق و سطحی از تابع، هنگام حل مسائل تفسیر نمودار تابع، با استفاده از پتانسیل‌های وابسته به رویداد (ERP) مقایسه شد.

**روش کار:** این پژوهش کمی و به روش نیمه تجربی بود. جامعه آماری ۱۷۷ نفر از دانشجویان رشته‌های مختلف مهندسی یکی از دانشگاه‌های شرق کشور بودند که توسط یک آزمون ریاضی به دو گروه تقسیم شدند: افراد دارای دانش مفهومی و رویه‌ای عمیق و سطحی (دانش عمیق و دانش سطحی). از هر گروه ۱۴ نفر در آزمایش ERP شرکت کردند.

**یافته‌ها:** داده‌های رفتاری دقت پاسخ گروه دانش عمیق را به طور معناداری بالاتر از گروه دانش سطحی نشان داد. اما سرعت پاسخ دو گروه تفاوت معناداری با یکدیگر نداشت. داده‌های الکتروفیزیولوژی مشخص کرد که دامنه مؤلفه P300 گروه دانش سطحی، در الکترودهای نواحی مرکزی، مرکزی_آهیانه‌ای و آهیانه‌ای، بیشتر از گروه دانش عمیق است.

**نتیجه‌گیری:** اگر چه داده‌های رفتاری سرعت پاسخ دو گروه را تقریبا یکسان نشان داد، اما داده‌های الکتروفیزیولوژی مشخص کرد که انجام تکالیف تفسیر نمودار تابع، برای گروه دانش سطحی، خواسته‌های توجهی بالاتری داشته و منابع پردازشی بیشتری را فعال می‌کند. این نتایج، نقش مهم ابزارهای علوم اعصاب شناختی را در فراهم آوردن اطلاعات در مورد تفاوت‌های عملکرد افراد مختلف نشان می‌دهد.

## مقدمه

به اقداماتی که توسط آن، فرد موفق به درک معنا یا مفهوم یک نمودار میشود، تفسیر نمودار گفته می‌شود. این اقدامات میتواند در مورد کل نمودار یا جزئی از آن باشد (۱). تفسیر نمودار، مهارتی بنیادی بوده و یادگیری آن برای همه دانش‌آموزان در زندگی روزمره ضروری است. دانش‌آموزان باید اطلاعات مربوط به نمودارها را که در جامعه فراگیر است (مانند مجلات، روزنامه‌ها، تلویزیون و وبسایت‌ها)، درک و تفسیر کنند. نمودارها در تحقیقات علمی بسیار مهم هستند زیرا به طور موثری اطلاعات خیلی پیچیده و روابط بین آنها را خلاصه‌سازی می‌کنند و استفاده از آنها در کتاب‌های درسی و علمی، نرم‌افزارهای آموزشی، مقالات پژوهشی رایج است (۲). تفسیر نمودار شامل

مهارت‌های مختلفی مانند، توانایی استخراج اطلاعات در مورد نقاط نمودار، روند کلی نمودار، روابط بین داده‌ها، تعیین پیوستگی، یک به یک بودن، پوشا بودن، مشتق‌پذیری، صعودی یا نزولی بودن، تقعر نقاط مختلف نمودار و غیره می‌شود. دانش‌آموزان و فراگیران عموما در تفسیر نمودار با مشکلاتی مواجه هستند. بعضی از این مشکلات عبارتند از؛ اشتباه کردن شیب و ارتفاع نمودار با یکدیگر، اشتباه کردن یک بازه و یک نقطه با همدیگر، در نظر گرفتن نمودار به عنوان یک عکس یا نقشه، در نظر گرفتن نمودار به عنوان ساختاری از نقاط مجزا (۲). Bellmer (۲۰۱۰)، از تکلیف موثری برای آزمودن سطوح مختلف تفسیر نمودار یاد می‌کند. به این صورت که، نمودار تابع مفروض f همراه با نقطه‌ای مشخص از آن مثلا c نمایش داده می‌شود و از آزمودنی خواسته شود که درباره شیب نمودار، جهت تقعر نمودار و مثبت یا منفی بودن علامت $f(c)$، $f'(c)$ و $f''(c)$ اظهارنظر کنند (۳). به بیان دیگر رابطه بین نمودار تابع با مشتق اول و دوم آن مورد سوال قرار می‌گیرد. Baker و همکاران (۲۰۰۰)، در تحقیق خود نشان دادند که دانش‌آموزان، بدفهمی و حتی گاهی فقدان فهم درباره رابطه بین نمودار تابع با مشتق دوم دارند و فقط از محفوظات ذهنی خود (مانند کاسه نمودار به سمت بالا یا پایین) استفاده می‌کنند. همچنین دانش‌آموزان نمی‌توانستند رابطه نموداری مشتق اول و مشتق دوم را تفسیر کنند. بعضی از آنها دلالت و معنی نموداری مشتق اول و دوم را با هم اشتباه می‌کردند (۴). علاوه بر این Baker و همکاران (۲۰۰۰)، Aspinwall و همکاران (۱۹۹۷) گزارش کردند که تصاویر ذهنی غلط، باعث شده بود که برخی دانش‌آموزان درباره توابعی که همزمان شیب آن افزایش یافته و جهت تقعرش به سمت پایین بود، دچار اشتباه و تعارض شوند (۴، ۵). بنابراین با توجه به اینکه ادراک رابطه بین نمودار تابع با مشتق اول و دوم، نقش مهمی در تفسیر نمودار دارد؛ در این مطالعه به بررسی تفسیر نمودار تابع از این زاویه پرداخته شد.

یکی از عوامل شناختی تأثیرگذار در تفسیر نمودار تابع، دانش قبلی دانش‌آموزان و فراگیران به خصوص دانش مفهومی آنان است (۲). مطالعات فراوانی نقش دانش مفهومی را در درک و تفسیر تابع و نمودار موثر دانسته‌اند و اذعان کرده‌اند که مشکلات فراگیران در کار با توابع و نمودارها ناشی از عدم درک مفهومی آنها از تابع است (۴، ۶-۱۰). Ubuz (۲۰۰۷) فهم ضعیف دانش‌آموزان از حد تابع و اطلاعات ضعیف نموداری را باعث بدفهمی و بروز اشتباهات در کار با تفسیر نمودار تابع و مشتق معرفی می‌کند (۱۰). منظور از دانش مفهومی، شبکه‌ای از اطلاعات است که ارتباطات معناداری بین آنها برقرار است (۱۱). دانش رویه‌ای، نوع دیگری از دانش و متشکل از الگوریتم‌ها، قوانین یا رویه‌هایی برای رسیدن به هدفی معین (به عنوان مثال، حل تکالیف ریاضی) می‌باشد (۱۲، ۱۳). محققان، دانش مفهومی و رویه‌ای را در مراتب سطح بالای دانش، از یکدیگر مستقل نمی‌دانند و تفکیک آنها را امری دشوار بیان می‌کنند (۱۴، ۱۵). اما در مراتب سطح پایین دانش که عمق یادگیری اندک است، دانش مفهومی و رویه‌ای را مجزا از یکدیگر دانسته و ارتباط آنها را از هم گسیخته توصیف می‌کنند. Abbey (۲۰۰۸) عنوان می‌کند که ترجیح دانش‌آموزان در استفاده از دانش رویه‌ای و صرفا دستورالعمل‌ها، از یادگیری مفهومی آنها جلوگیری می‌کند و این عدم توازن بین دانش مفهومی و رویه‌ای، باعث ضعف دانش‌آموزان در کار با نمودارها (ساختن و تفسیر نمودارها) در مبحث مشتق می‌شود (۶). بنابراین با توجه به اهمیتی که دانش مفهومی و رویه‌ای در مبحث تفسیر نمودار دارد؛ در تحقیق حاضر، آزمودنی‌ها از لحاظ میزان دانش مفهومی و رویه‌ای که در حوزه تفسیر نمودار تابع دارند، تفکیک شدند.

برای بررسی دقیق‌تر نقش دانش مفهومی و رویه‌ای افراد بر تفسیر نمودار تابع، از ابزار علوم اعصاب شناختی استفاده شد. ابزارها، روش‌ها و نظریات علوم اعصاب شناختی، امکان بررسی فرآیندهای شناختیِ یاددهی و یادگیری ریاضی را به شیوه‌ای دقیق ممکن می‌سازد. اطلاعات حاصل از این علم می‌تواند تکمیل‌کننده و گسترش‌دهنده دانشی باشد که تنها بر اساس داده‌های رفتاری حاصل شده است (۱۶). پتانسیل‌های وابسته به رویداد (Event Related Potential (ERPs))، یکی از روش‌های علوم اعصاب شناختی برای مطالعه رفتارِ فرایندهای شناختی یا احساس می‌باشد. ERPs در واقع نوسانات ولتاژی است که به هنگام وقوع بعضی اعمال ذهنی یا فیزیکی رخ می‌دهد. این پتانسیل‌ها از پوست سر انسان و از الکتروآنسفالوگرافی (Electroencephalography (EEG)) مداوم ثبت و توسط فیلتر کردن نویزها و میانگین‌گیری کردن سیگنال‌ها حاصل می‌شود (۱۷). با بررسی رفتار اجزای ERP مانند دامنه، تأخیر و مکان قرار گرفتن الکترودها می‌توان اطلاعاتی در مورد فرآیندهای شناختی به دست آورد. مطالعاتی در حوزه علوم اعصاب شناختی وجود دارند که با این روش به بررسی تأثیر تفاوت‌های افراد از لحاظ عملکرد ریاضی بر سیگنال‌های مغزی پرداخته‌اند. به عنوان مثال در مطالعه Nunez-Pena و همکاران (۲۰۱۱)، تأثیر سختی مسأله در مبحث جمع اعداد، در دو گروه متفاوت از افراد (ماهر و ضعیف در حساب) بررسی شد. نتیجه این بود که به هنگام حل مسائل با درجه سخت، موج مثبت کوتاهی در سیگنال‌های مغزی افراد ماهر مشاهده می‌شد که این موج در مسائل با درجه سختی آسان و متوسط دیده نمی‌شد. در مقایسه

با افراد ماهر، این موج در افراد ضعیف، هم به هنگام حل مسائل با درجه سخت و هم مسائل با درجه متوسط اتفاق می‌افتاد. بنابراین محققان این مطالعه نتیجه‌گیری کردند که راهبردهایی که افراد ماهر در حل مسائل اتخاذ می‌کنند متفاوت از راهبردهای افراد ضعیف است. محققان این مقاله وقوع این موج را در محدوده زمانی ۸۰۰-۳۰۰ میلی‌ثانیه گزارش کردند (۱۸). Leikin و همکاران (۲۰۱۷)، عملکرد ریاضی سه گروه از دانش‌آموزان را بررسی کردند. گروه اول افراد فوق‌العاده با استعداد در ریاضیات (S-MG) بودند. گروه دوم افرادی که عملکرد ریاضی خوب و بهره هوشی بالاتر از ۱۳۰ (G-EM) داشتند. گروه سوم افرادی که دارای عملکرد ریاضی خوب اما بهره هوشی پایین‌تر از ۱۳۰ بودند (NG-EM). نتایج نشان داد که در کل میانگین دامنه ERP در افراد گروه S-MG کمتر از دو گروه دیگر بود. همچنین فعالیت الکتریکی مغز افراد گروه G-EM کمتر از گروه NG-EM بود، که بیان‌گر این موضوع است افرادِ با بهره هوشی بالاتر، کارکرد مغزی بهینه‌تری نسبت به افرادِ با بهره هوشی پایین‌تر دارند (۱۹). در مطالعه‌ای دیگر، Waisman و همکاران (۲۰۱۴)، با کمک ERP عملکرد ۴ گروه از افراد را بر حل مسایل بازنمایی تابع مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که دامنه مؤلفه P300 در افرادی که عملکرد ریاضی خوب و بهره هوشی بالاتر از ۱۳۰ دارند، نسبت به افرادی که عملکرد ریاضی خوب اما بهره هوشی پایین‌تر از ۱۳۰ دارند، کمتر است. بنابراین نتیجه گرفتند که افراد با بهره هوشی پایین‌تر، منابع ذهنی بیشتری را برای توجه به تکلیف و پردازش آن اختصاص می‌دهند (۲۰). P300 مؤلفه مثبتی از ERP است که قله (Peak) آن حدودا ۳۰۰ میلی‌ثانیه یا بیشتر (حداکثر ۹۰۰ میلی‌ثانیه) بعد از ارائه محرک نمایان می‌شود (۲۱). این مؤلفه، مرتبط با پردازش شناختی (۲۲-۲۴) و همچنین پردازش‌های شناختی مرتبه بالاتر مثل طبقه‌بندی و ارزیابی محرک می‌باشد (۲۵). دامنه P300 رابطه مثبتی با پیچیدگی تکلیف (۲۲)، پیچیدگی محرک یا خواسته‌های ادراکی (۲۲، ۲۶)، اندازه یا سختی مساله (۲۵، ۲۷-۲۹) و میزان توجه لازم برای انجام یک تکلیف (۲۴، ۳۰، ۳۱) دارد. همچنین وابسته به ماهیت موضوع (۳۲) و انتخاب راهبرد برای پاسخ به مسأله (۱۸، ۳۳) است. تأخیر P300 مرتبط با زمان ارزیابی محرک (۳۰) و سرعت پردازش اطلاعات ادراکی (۳۴) است.

در مطالعه قبلی نویسندگان این مقاله (۳۵) به مقایسه دامنه مؤلفه P300 دو گروه از دانشجویان با دانش مفهومی و رویه‌ای سطح بالا و سطح پایین، بر عملکرد ریاضی در حوزه انتقال تابع پرداخته شد. نتایج نشان داد که دامنه مؤلفه P300 افراد دارای دانش سطح پایین بیشتر از افراد دارای دانش سطح بالا در پنجره بازنمایی نموداری است. بنابراین نتیجه‌گیری شد که خواسته‌های ادراکی بازنمایی نموداری برای گروه دانش سطح پایین بیشتر بوده و از پیچیدگی بیشتری برخوردار است. لذا ادعا شد که راهبرد حل مسائل انتقال تابع در افراد دارای دانش سطح بالا متفاوت از افراد دارای دانش سطح پایین است. علاوه بر این به کارکرد مغزی بهینه‌تر در افراد دارای دانش سطح بالا اشاره شد. در این مطالعه به کمک مؤلفه P300 به مقایسه پردازش‌های شناختیِ افرادِ دارای دانش مفهومی و رویه‌ای عمیق و سطحی در حوزه تفسیر نمودار تابع پرداخته شد.

مطالعات پیشین بیان‌گر این موضوع است که مشکلات دانش‌آموزان در تفسیر نمودار تابع، ناشی از حفظِ بدون درک رویه‌ها می‌باشد. بنابراین بر آن شدیم که پردازش‌های شناختی دانشجویانی را که دانش و درک عمیق و سطحی در حوزه تفسیر نمودار تابع دارند، بررسی نماییم. برای بررسی دقیق این موضوع از مؤلفه P300 از ERP کمک گرفتیم. بنابراین دو هدف اصلی این پژوهش عبارتند از: مقایسه پردازش‌های شناختی دو گروه دارای دانش مفهومی و رویه‌ای عمیق (دانش عمیق) و دانش مفهومی و رویه‌ای سطحی (دانش سطحی) و تأثیر دانش عمیق و سطحی افراد در حل مسائل تفسیر نمودار تابع. با توجه به مطالعه قبلی (۳۵) و پیشینه تحقیق فرضیه‌های زیر را در نظر گرفته شد.

دقت و سرعت پاسخ‌های درست دانشجویان با دانش عمیق، نسبت به دانشجویان با دانش سطحی، بیشتر می‌باشد.

دامنه و تأخیر مؤلفه P300 در افراد گروه دانش سطحی، بیشتر از گروه دانش عمیق، در پنجره سوال است.

دامنه و تأخیر مؤلفه P300 در افراد گروه دانش سطحی، بیشتر از گروه دانش عمیق، در پنجره پاسخ است.

همچنین قصد داریم مقایسه‌ای توصیفی بین نتایج تحقیق قبلی (۳۵) و تحقیق حاضر انجام دهیم.

## روش کار

جامعه آماری این پژوهش شامل ۱۷۷ دانشجوی پسر (۱۸ تا ۲۰ سال) بود که همگی آنها دانشجوی سال اول دوره کارشناسی از رشته‌های مختلف مهندسی یکی از دانشگاه‌های شرق کشور بودند. همه این افراد در یک آزمون ریاضی محقق ساخته شرکت کردند. ۴ نفر از این افراد به هیچ سوالی پاسخ نداده بودند و از تحلیل‌های بعدی حذف شدند. دامنه نمرات بین ۱ تا ۱۹ و میانگین آن ۵/۲۰ ±۱۲/۱۳ به دست آمد. بر اساس میانگین نمرات، افراد جامعه به دو دسته تقسیم شدند، افرادی که نمره بالاتر از میانگین داشتند؛ در گروه دانش عمیق و افرادی که نمره

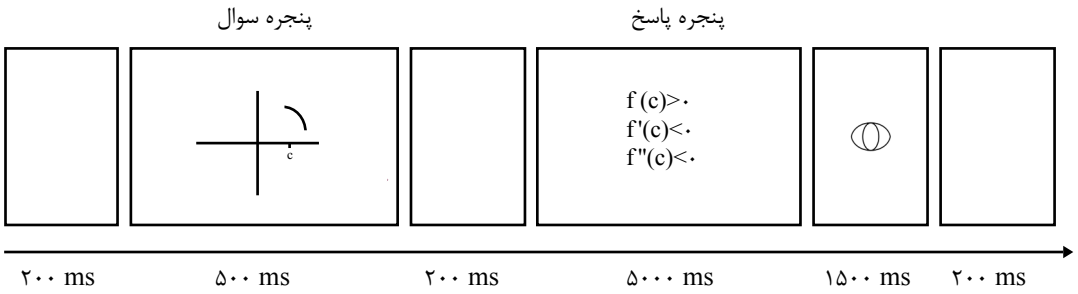
پایین‌تر از میانگین داشتند؛ در گروه دانش سطحی قرار گرفتند. ۱۰۳ نفر در گروه دانش عمیق قرار گرفتند که دارای نمره ۱/۸۰±۱۵/۹۳ و با محدوده نمره ۱۹-۱۳ و ۷۰ نفر در گروه دانش سطحی قرار گرفتند که دارای نمره ۳/۰۵±۶/۵۴ و با محدوده نمره ۱۲-۱ بودند. حجم نمونه توسط نرم‌افزار PASS برآورد شد. به این صورت که با توجه به نتایج مطالعه Nunez-Pena و همکاران (۲۰۱۱) و در نظر گرفتن سطح معناداری ۵ درصد و توان حداقل ۸۰ درصد برای آزمون T برای دو گروه مستقل، حداقل حجم نمونه برای هر گروه ۱۴ نفر برآورد شد. برای جلوگیری در عدم ریزش بیش از حد در مرحله آزمایش اصلی، دو نفر بیشتر از هر گروه انتخاب شد. ۱ نفر به کمک پرسشنامه دست برتری ادینبورگ (Edinburgh) هر دو دست شناخته شد و از آزمون کنار گذاشته شد. ۱ نفر به دلیل خواب‌آلودگی در حین اجرای آزمون ERP از تحلیل‌های بیشتر حذف شد. ۲ نفر نیز به دلایل شخصی از شرکت در آزمایش خودداری کردند. در نهایت تحلیل‌های ERP بر روی ۱۴ نفر از هر گروه انجام گرفت. این ۲۸ نفر همگی راست دست و فاقد بیماری‌های عصبی یا روانی بودند. آزمایش‌ها زیر نظر کمیته اخلاق پژوهشی دانشگاه فردوسی مشهد و بر اساس اصول اخلاق پژوهشی بین‌المللی انجام شد. همچنین به شرکت‌کنندگان به خاطر شرکت در آزمون هدیه‌ای اهدا شد.

**آزمون ریاضی محقق ساخته:** شرکت‌کنندگان بر اساس یک آزمون ریاضی به دو گروه دانش عمیق و دانش سطحی در حوزه تفسیر نمودار تابع، تقسیم‌بندی شدند. این آزمون ریاضی توسط نویسندگان مقاله و با کمک اساتید، معلمان با تجربه و مقالات معتبر علمی مانند مقالات Engelbrecht و همکاران (۲۰۰۵) (۳۶)، Asiala و همکاران (۱۹۹۷) (۷)، Baker و همکاران (۲۰۰۰) (۴) و Ubuz (۲۰۰۴) (۱۰) و با ملاک قرار دادن تعریف عملیاتی زیر طراحی شد.

«داشتن فهم و ادراک از مفاهیم، توانایی تفسیر قوانین و الگوریتم‌ها، انعطاف‌پذیری در به کارگیری رویه‌ها، انتخاب و انجام مناسب دستورالعمل‌های حل مسأله با تکیه بر فهم حقایق، توانایی ایجاد ارتباط و اتصال بین مفاهیم و رویه‌ها، درک مفاهیم حد، پیوستگی و مشتق‌پذیری و رابطه بین آنها، درک رابطه بین مشتق اول و دوم با نمودار تابع، توانایی انتقال بین بازنمایی جبری و نموداری، توانایی رسم نمودار تابع اولیه و نمودار تابع مشتق»

همچنین روایی محتوایی آزمون براساس تأیید داوران به کمک پرسشنامه از ۳۰ داور سنجیده شد (۳۷). این داوران، معلمان و آموزش‌گران ریاضیات دبیرستان، دانشگاه و بعضاً دانشجویان تحصیلات تکمیلی آموزش ریاضی بودند. شاخص روایی محتوایی یعنی (Content validity coeficient (CVC)) (برای اطلاعات بیشتر به منبع شماره ۳۷ صفحه ۵۶ مراجعه کنید) ۹۳/۳۳ به دست آمد که نشان‌دهنده آن بود که آزمون ریاضی محقق ساخته برای سنجش دانش مفهومی و رویه‌ای افراد در زمینه مورد نظر «بسیار مطلوب» است. پایایی آزمون ریاضی محقق ساخته از روش آلفای کرونباخ محاسبه شد و مقدار آن ۰/۹۵ به دست آمد.

**محرک:** محرک‌ها متشکل از دو پنجره مجزای «سوال» و «پاسخ» بودند. در پنجره سوال، یک نمودار از توابع سهمی شکل با حالاتی مختلف (با توجه به قرارگیری مکان نمودار، شیب و جهت تقعر در نقطه $((c, f(c))$ و در پنجره پاسخ، سه شرط همزمان در مورد مثبت یا منفی بودن $f(c)$، $f'(c)$ و $f''(c)$ نمایش داده می‌شد. نقطه c بر روی محور xها مشخص شده بود. محرک‌ها به رنگ مشکی روی زمینه سفید و در مرکز صفحه نمایش‌گر ۱۷ اینچی با وضوح ۱۲۸۰×۷۲۰ طراحی شده بودند.




شکل ۱. ترتیب نمایش محرک‌ها در یک تکلیفِ طراحی شده با پاسخ صحیح

برنامه نمایش محرک‌ها به کمک نرم‌افزار MATLAB طراحی شده بود.

**دستورالعمل:** سوالات شامل ۱۰۰ تکلیف، ۶۰ تکلیف غلط و ۴۰ تکلیف صحیح، بود. تکالیف به صورت ۵ بلوک ۲۰ تایی و یک زمان استراحت کوتاه بین بلوک‌ها طراحی شده بود. هر تکلیف از ۶ پنجره تشکیل شده بود. اولین پنجره، صفحه‌ای سفید با علامت + در وسط نمایش‌گر بود که ۲۰۰ میلی‌ثانیه نمایش داده می‌شد. سپس نمودار تابع به مدت ۵۰۰

میلی‌ثانیه نمایش داده شده (پنجره سوال)، بعد به مدت ۲۰۰ میلی‌ثانیه صفحه سفید ظاهر می‌شد. سپس جواب پیشنهادی که شروطی در مورد مثبت یا منفی بودن $f(c)$، $f'(c)$ و $f''(c)$ بود؛ روی صفحه به مدت حداکثر ۵۰۰۰ میلی‌ثانیه یا کمتر، یعنی تا زمانی که فرد دکمه پاسخ را فشار دهد، ظاهر می‌شد (پنجره پاسخ). سپس به مدت ۱۵۰۰ میلی‌ثانیه نماد یک چشم ظاهر می‌شد. قبلا به آزمودنی‌ها توضیح داده شده بود که ظاهر شدن نماد چشم بر روی صفحه نمایش‌گر نشان‌دهنده آزادی پلک زدن است (برای جلوگیری از خسته شدن چشمان و آرتیفکت، این پنجره در نظر گرفته شد). سپس به مدت ۲۰۰ میلی‌ثانیه صفحه نمایش سفید می‌شد. بلافاصله تکلیف بعدی به همین ترتیب نمایش داده می‌شد (شکل ۱ را ببینید). هنگام نمایش پنجره پاسخ، آزمودنی‌ها می‌توانستند در صورت تشخیص دادن صحت پاسخ، دکمه پاسخ را فشار دهند. به آنها قبلا گفته شده بود که سرعت و دقت پاسخ‌گویی آنها محاسبه خواهد شد.

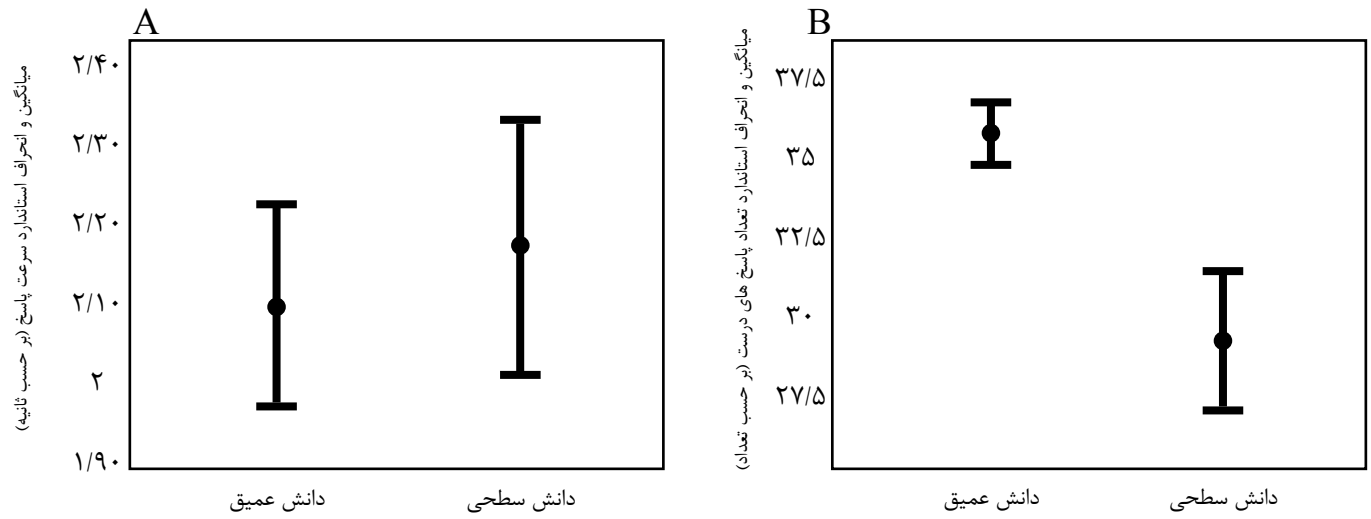
**ثبت الکتروفیزیولوژی:** دستگاه ثبت EEG، ۳۲ کاناله (ساخت اتریش) همراه با ۱۳ الکترود فعال روی کلاه ثبت (g.GAMMAcap, Austria) بود. نواحی توزیع روی سر عبارت بود از ناحیه میانی با سه الکترود CZ، PZ و FZ، ناحیه قدامی با دو الکترود F3 وF4، ناحیه مرکزی با دو الکترود C3 و C4، ناحیه آهیانه‌ای با دو الکترود P3 و P4، ناحیه مرکزی_آهیانه‌ای با دو الکترود CP5 و CP6 و ناحیه پس‌سری با دو الکترود O1 و O2. الکترود زمین بر مکان FCZ قرار گرفت و الکترود مرجع، میانگین الکترودهای لاله گوش چپ و راست بود. ثبت ERPs در یک اتاق Shield مجهز به بلندگو و میکروفون (به منظور ارتباط آزمون‌گر با آزمودنی) و دوربین مداربسته (به منظور اطلاع از وضعیت آزمودنی) انجام گرفت. به هر آزمودنی یک روز قبل از ثبت، توضیحاتی راجع به چگونگی، ملزومات و ملاحظات ثبت داده شد. فیلتر سخت‌افزاری دستگاه از ۰/۵ تا ۶۰ هرتز تنظیم شده و فرکانس نمونه‌برداری ۵۱۲ هرتز بود. پرسشنامه‌ای بعد از ثبت، در اختیار آزمودنی‌ها قرار گرفت تا در مورد راهبردهای مورد استفاده خود برای حل سوالات، توضیحاتی بنویسند.

**تحلیل داده‌های الکتروفیزیولوژی و رفتاری:** از نرم‌افزارهای MATLAB و SPSS برای آماده‌سازی و تحلیل داده‌ها استفاده شد. پنجره‌های زمانی سوال و پاسخ از تکالیف TP (تکالیفی که پاسخ آنها صحیح طراحی شده و آزمودنی دکمه پاسخ را فشار داده بود) برای تحلیل انتخاب شدند. فیلتر ۰/۵ تا ۳۰ هرتز نرم‌افزاری، بر روی همه کانال‌های EEG اعمال شد. داده‌های تکالیفی که دارای آرتیفکت بودند (ولتاژهای بالاتر از ۷۰ µV و پایین‌تر از ۷۰- µV در هر کانال) حذف شدند. از طریق مشاهده ERPs همه افراد، دامنه و تأخیر مؤلفه P300 از قطعه زمانی ۴۰۰-۲۵۰ میلی‌ثانیه از پنجره سوال و ۵۰۰-۳۰۰ میلی‌ثانیه از پنجره پاسخ، برای تحلیل در نظر گرفته شد. برای توصیف داده‌ها از میانگین و خطای استاندارد و برای تحلیل داده‌ها از آزمون‌های آنالیز واریانس با اندازه‌های مکرر و آزمون t استیودنت استفاده شد. فرض‌های زیربنایی برای استفاده از این آزمون‌ها لحاظ شد (در مورد آزمون آنالیز واریانس با اندازه‌های تکراری، توزیع خطاها نرمال بود؛ نمودار پراکنش خطاها در مقابل نمودار مقادیر برازش شده از مدل نشان‌دهنده ثابت بودن واریانس خطاها بود؛ نمودار سری زمانی خطاها نیز نشان داد که خود همبستگی مرتبه یک بین خطاها وجود ندارد. در مورد آزمون t استیودنت، توزیع داده‌ها نرمال بود). فاکتورهای آنالیز واریانس شامل فاکتورهای درون گروهی «ناحیه» با پنج سطح «ناحیه قدامی»، «ناحیه مرکزی»، «ناحیه مرکزی_آهیانه‌ای»، «ناحیه آهیانه‌ای» و «ناحیه پس‌سری» و فاکتور برون گروهی «گروه» با دو سطح «دانش عمیق» و «دانش سطحی» بود. ناحیه قدامی شامل میانگین دامنه یا تأخیر مؤلفه P300 در الکترودهای F4، FZ و F3، ناحیه مرکزی شامل میانگین دامنه یا تأخیر مؤلفه P300 در الکترودهای C4، CZ و C3، ناحیه مرکزی_آهیانه‌ای شامل میانگین دامنه یا تأخیر مؤلفه P300 در الکترودهای CP5 و CP6، ناحیه آهیانه‌ای شامل میانگین دامنه یا تأخیر مؤلفه P300 در الکترودهای P4، PZ و P3 و ناحیه پس‌سری شامل میانگین دامنه یا تأخیر مؤلفه P300 در الکترودهای O1 و O2 بودند. برای تحلیل داده‌های رفتاری، دقت و سرعت پاسخ فقط برای تکالیف TP ملاک قرار گرفتند. منظور از سرعت پاسخ میانگین زمان پاسخ و منظور از دقت پاسخ تعداد پاسخ‌های درست در نظر گرفته شد. برای توصیف داده‌ها از میانگین و خطای استاندارد و برای تحلیل داده‌ها از آزمون t استیودنت استفاده شد. فرض استفاده از مدل آزمون t استیودنت برقرار بود (توزیع داده‌ها نرمال بود).

## یافته‌ها

### یافته‌های رفتاری

آزمون t استیودنت نشان داد که تعداد پاسخ‌های درست دانشجویان گروه دانش عمیق نسبت به گروه دانش سطحی به طور معناداری بالاتر است ($t(۱۷/۷۳)=۲/۸۶$، $P=۰/۰۱۱$)، لذا اولین فرضیه برای دقت پاسخ تایید شد. همچنین نتایج این آزمون نشان داد که متوسط سرعت پاسخ دانشجویان دو گروه با یکدیگر تفاوت معناداری ندارد ($t(۲۶)=-۰/۳۸$، $P=۰/۷۰۸$). بنابراین فرضیه اول برای سرعت پاسخ رد شد (شکل ۲ را ببینید).




شکل ۲. (A) سرعت پاسخ دو گروه برحسب ثانیه (B) تعداد پاسخ‌های درست دو گروه (بر حسب تعداد، از حداکثر نمره ۴۰)

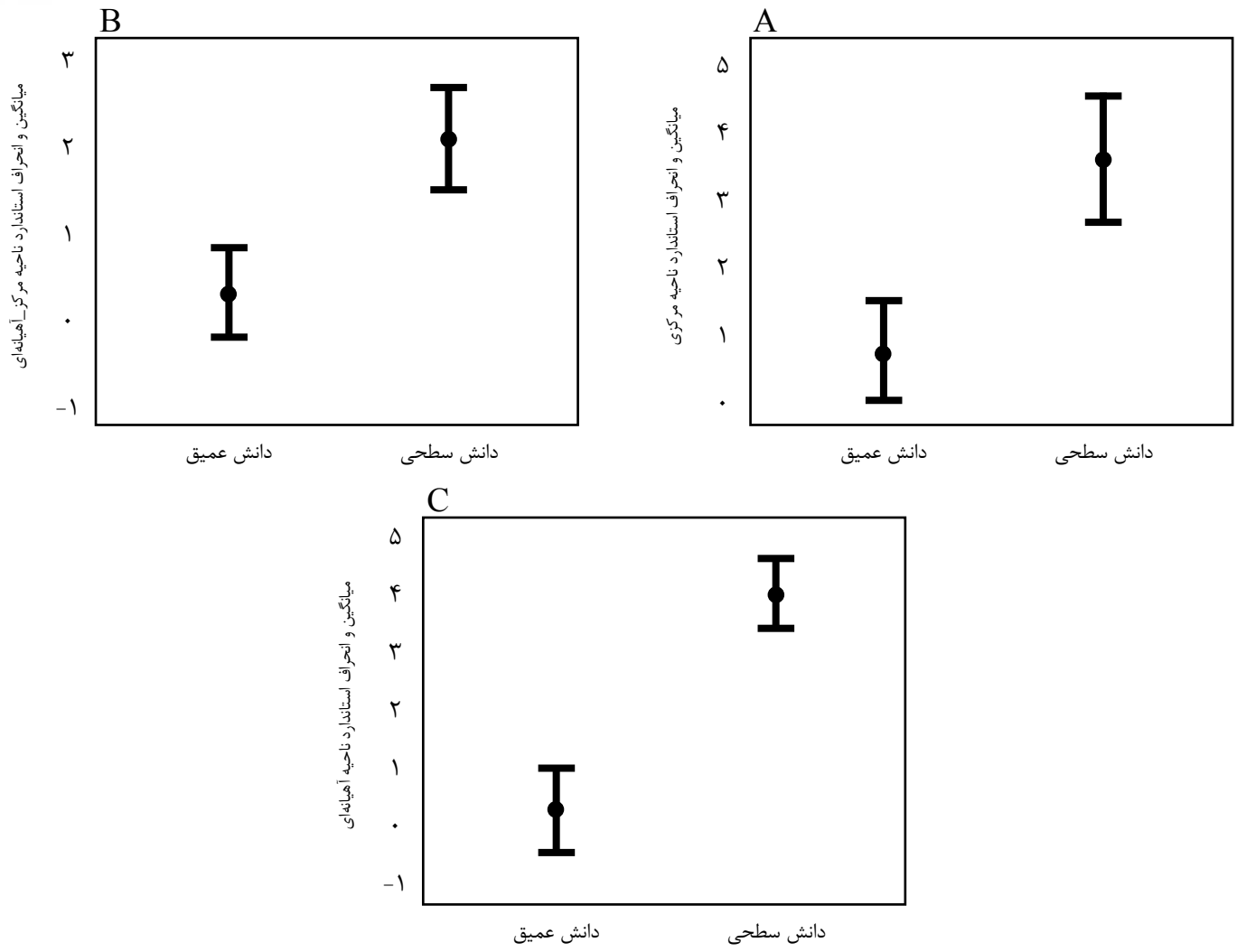
## یافته‌های الکتروفیزیولوژی

**نتایج الکتروفیزیولوژی در پنجره سوال:** با انجام تحلیل واریانس با اندازه‌های مکرر روی دامنه مؤلفه P300 در پنجره سوال مشخص شد که فاکتور درون گروهی «ناحیه» ($F(۴، ۸۸)=۳/۴۷، P=۰/۰۰۷$) و «گروه» ($F(۱، ۲۲)=۸/۷۲، P=۰/۰۰۷$) معنادار بودند. همچنین برآورد پارامترها نشان داد که تنها در نواحی مرکزی ($P=۰/۰۴۷$)، مرکزی_آهیانه‌ای ($P=۰/۰۴۸$) و آهیانه‌ای ($P=۰/۰۰۱$) اثر گروه معنادار است. آزمون t استیودنت برای هر کدام از این نواحی انجام گرفت و مشخص شد که دامنه مؤلفه P300 در گروه دانش سطحی به طور معناداری بالاتر از گروه دانش عمیق، برای هر کدام از این ناحیه‌ها می‌باشد که نتایج آن به طور کامل در جدول ۱ آورده شده است. در شکل ۳ و شکل ۴ نیز اختلاف میانگین دامنه مؤلفه P300 افراد گروه دانش عمیق و دانش سطحی در نواحی ذکر شده مشهود است. بنابراین دومین فرضیه در مورد دامنه مؤلفه P300 برای ناحیه‌های مرکزی، مرکزی_آهیانه‌ای و آهیانه‌ای تأیید شد. تحلیل واریانس با اندازه‌های مکرر روی تأخیر مؤلفه P300 در پنجره سوال انجام شد که هیچ کدام از فاکتورهای ناحیه ($F(۴، ۴۴)=۱/۲۱۶، P=۰/۳۰۴$) و گروه ($F(۱، ۱۱)=۰/۶۲۶، P=۰/۴۴۶$) و اثر متقابل آنها ($F(۴، ۴۴)=۰/۳۴۰، P=۰/۸۵۰$) معنادار نبودند. بنابراین تحلیل دیگری انجام نگرفت. در نتیجه دومین فرضیه در مورد تأخیر مؤلفه P300، رد شد.

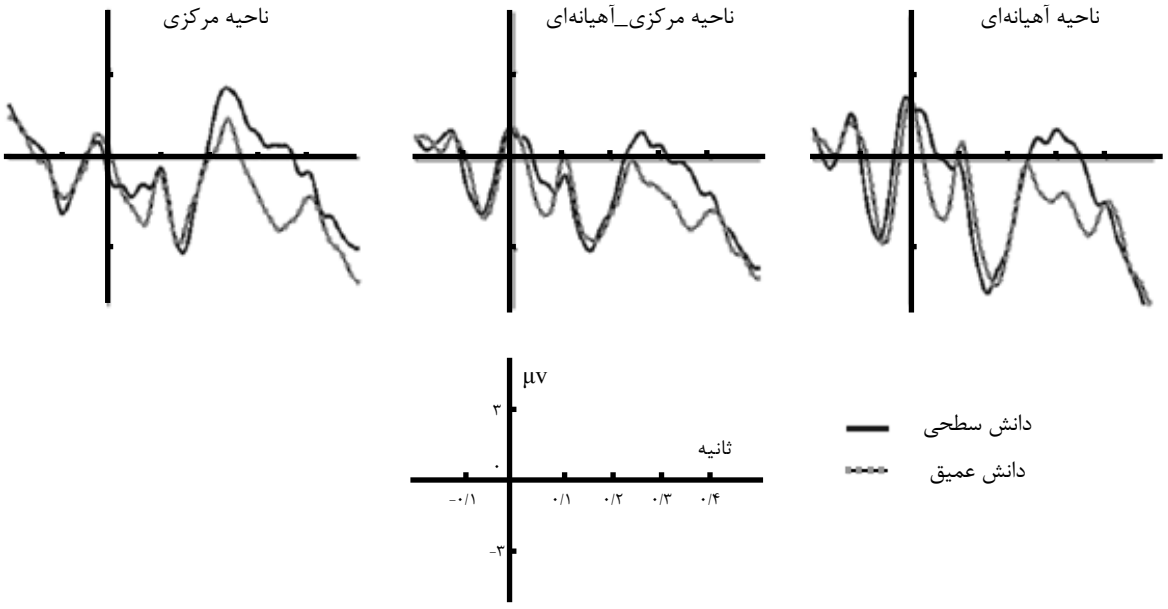
**نتایج الکتروفیزیولوژی در پنجره پاسخ:** تحلیل واریانس با اندازه‌های مکرر روی دامنه مؤلفه P300 با در نظر گرفتن فاکتور درون گروهی «ناحیه» و فاکتور بین گروهی «گروه» در پنجره پاسخ انجام شد که هیچ‌کدام از فاکتورهای «ناحیه» ($F(۴، ۱۰۴)=۰/۸۵، P=۰/۵۰۰$) و گروه ($F(۱، ۲۶)=۰/۰۲۸، P=۰/۸۶۸$) و اثر متقابل آنها ناحیه×گروه ($F(۴، ۱۰۴)=۰/۶۸۰، P=۰/۶۰۸$) معنادار نبودند. همین آزمون در مورد تأخیر مؤلفه P300 نیز صورت گرفت و هیچ‌کدام از فاکتورهای «ناحیه» ($F(۴، ۸۰)=۱/۶۰، P=۰/۱۸۲$) و «گروه» ($F(۱، ۲۰)=۰/۰۱۸، P=۰/۸۹۵$) و اثر متقابل آنها ($F(۴، ۸۰)=۰/۲۱۷، P=۰/۹۲۸$) معنادار نبودند. بنابراین سومین فرضیه رد شد.

جدول ۱. میانگین دامنه مؤلفه P300 در دو گروه دانش عمیق و دانش سطحی (بر حسب μV) و نتایج آزمون t استودنت در پنجره سوال بر روی ناحیه های مرکزی، مرکزی_آهیانه‌ای و آهیانه‌ای

| | ناحیه مرکزی | ناحیه مرکزی_آهیانه‌ای | ناحیه آهیانه‌ای |
|---|---|---|---|
| میانگین دامنه مؤلفه P300 در گروه دانش سطحی | ۳/۶۰ | ۲/۱۱ | ۴/۰۳ |
| میانگین دامنه مؤلفه P300 در گروه دانش عمیق | ۰/۸۱ | ۰/۳۰ | ۰/۲۵ |
| نتایج آزمون t استودنت | t=-۲/۳۹<br>df=۲۳<br>P=۰/۰۲۵ | t=-۲/۳۹<br>df=۲۳<br>P=۰/۰۲۶ | t=-۴/۳۷<br>df=۲۳<br>P<۰/۰۰۱ |




شکل ۳. میانگین و انحراف معیار دامنه مؤلفه P300 در دو گروه (بر حسب µV) در نواحی مرکزی (A)، مرکزی_آهیانه‌ای (B) و آهیانه‌ای (C)




شکل ۴. میانگین ERPs افراد گروه دانش عمیق (۱۴ نفر) و گروه دانش سطحی (۱۴ نفر) در پنجره سوال در نواحی "مرکزی"، "مرکزی_آهیانه‌ای" و "آهیانه‌ای" مغز

**یافته‌های حاصل از پرسشنامه**

قبل از شروع آزمایش از آزمودنی‌ها خواسته شد که به این سوال پاسخ دهند: «چه رابطه‌ای بین $f(c)$، $f'(c)$ و $f''(c)$ و شکل نمودار یک تابع در نقطه c وجود دارد؟» تمام افراد گروه دانش عمیق پاسخ درست به سوال دادند اما تنها ۶ نفر از گروه دانش سطحی پاسخ درست دادند و پاسخ ۸ نفر باقیمانده یا غلط و یا ناقص بود. بعد از اتمام آزمایش از آزمودنی‌ها خواسته شد که عنوان کنند تا چه حد به سوالات تصادفی پاسخ داده‌اند. ۸ نفر از گروه دانش عمیق گزینه خیلی کم و ۶ نفر گزینه کم را علامت زدند. ۴ نفر از گروه دانش سطحی گزینه خیلی کم و ۸ نفر گزینه کم و ۲ نفر گزینه متوسط را علامت زدند. در پاسخ به سوال «به چه ویژگی‌هایی از نمودارها برای یافتن جواب درست توجه می‌کردید؟» همه آزمودنی‌های گروه دانش عمیق به هر سه ویژگی مکان، شیب و جهت تقعر نمودار اشاره کرده بودند. ۷ نفر از گروه دانش عمیق به هر سه ویژگی اشاره کرده بودند و بقیه به یک یا دو ویژگی مثلا فقط شیب و مکان نمودار یا شیب و جهت تقعر یا فقط شیب نمودار اشاره کرده و یک نفر عنوان کرده بود که «وقتی دو مورد از سه مورد صحیح بود فرض می‌کردم هر سه مورد صحیح است!». سوال دیگر پرسشنامه این بود که «کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد شما برای پاسخ به سوالات صدق می‌کند؟ الف) به محض اینکه نمودار تابع را دیدم قبل از آنکه صفحه جواب ظاهر شود، جواب را در ذهنم یافتم. ب) من سعی کردم تصویری از نمودار را در ذهنم نگاه دارم و بعد از دیدن جواب روی صفحه نمایش‌گر شروع به یافتن جواب کردم. «۷ نفر از گروه دانش عمیق گزینه (ب)، ۳ نفر گزینه الف و ۴ نفر هر دو گزینه را انتخاب کرده بودند. از گروه دانش سطحی ۹ نفر گزینه (ب)، ۴ نفر گزینه الف و ۱ نفر هر دو گزینه را علامت زده بودند.

## بحث

اهداف این مطالعه، مقایسه پردازش‌های شناختی دو گروه مختلف از دانشجویان هنگام حل مسائل تفسیر نمودار تابع و تأثیر دانش عمیق و سطحی آنها در حل مسائل تفسیر نمودار تابع بود. این دانشجویان، دارای دانش مفهومی و رویه‌ای عمیق و سطحی در مبحث تفسیر نمودار تابع در حوزه مشتق بودند. برای نیل بهتر به این هدف از ابزار ERP استفاده شد و داده‌های رفتاری و الکتروفیزیولوژی مورد تحلیل‌های آماری قرار گرفت. همچنین قبل و بعد از اتمام آزمایش، از آزمودنی‌ها سوالاتی درباره ادراک آنها از رابطه بین نمودار تابع و مشتق اول و دوم و راهبردهای مورد استفاده برای پاسخ‌گویی به سوالات پرسیده شد. نتایج حاصل از پرسشنامه قبل و بعد از آزمایش، حاکی از آن بود که همه افراد گروه دانش عمیق، به مفاهیم و رویه‌های مبحث مورد نظر تسلط کافی دارند. تعدادی از افراد گروه دانش سطحی نیز به درستی به سوالات پاسخ داده بودند اما باید توجه داشت که آزمودنی‌ها قبل از آزمایش ERP به کمک آزمون ریاضی محقق ساخته به دو گروه تقسیم شده بودند. سوالات آزمون ریاضی محقق ساخته اکثرا مفهومی و حل آنها مستلزم دانش عمیق درباره مفاهیم و رویه‌ها بود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که اگرچه برخی از افراد گروه دانش سطحی به درستی به سوالات قبل و بعد آزمایش، پاسخ داده بودند اما مفاهیم مورد نظر را درک نکرده و رویه‌ها را به صورت طوطی‌وار حفظ کرده بودند.

نتایج رفتاری آزمایش ERP نشان داد که دقت پاسخ در گروه دانش عمیق به طور معناداری بیشتر از گروه دانش سطحی است. این نتیجه مورد انتظار بود زیرا با توجه به تعریف عملیاتی که برای گروه دانش عمیق در نظر گرفته شده بود، پیش‌بینی می‌شد که تعداد پاسخ‌های درست افراد گروه دانش عمیق بیشتر از افراد گروه دانش سطحی باشد. اما سرعت پاسخ در دو گروه تفاوت معناداری با یکدیگر نداشت. یعنی گرچه میانگین تعداد سوالات درست گروه دانش عمیق بیشتر از گروه دانش سطحی بود اما آنها با سرعت تقریبا مشابه با گروه دانش سطحی، سوالات را پاسخ داده بودند. توجیهی که می‌توان برای این نتیجه عنوان کرد این است که افراد با توانایی بالاتر نسبت به افراد با توانایی پایینتر تمایل بیشتری به بالابردن زمان پاسخ به نفع افزایش تعداد پاسخ‌های درست دارند. درصورتی که افراد با توانایی پایین‌تر، دقت پاسخ را قربانی سرعت پاسخ می‌کنند و تمایل دارند که سوالات را با سرعت بیشتری پاسخ دهند (۳۸). لازم به ذکر است که نتایج رفتاری این مطالعه همسو با مطالعه قبلی نویسندگان بود (۳۵). در مطالعه قبلی نیز افرادی که دانشی عمیق در حوزه مسائل انتقال تابع داشتند، دقت بالاتری در حل مسائل نسبت به افراد دارای دانش سطحی نشان دادند. اما سرعت پاسخ‌شان با یکدیگر تفاوت معناداری نداشت.

تحلیل بر روی داده‌های الکتروفیزیولوژی در دو پنجره زمانی سوال و پاسخ انجام گرفت. نتایج حاکی از آن بود که در افراد گروه دانش سطحی، دامنه مؤلفه P300، بر روی ناحیه‌های مرکزی، مرکزی_آهیانه‌ای و آهیانه‌ای، به طور معناداری بیشتر از افراد گروه دانش عمیق، در پنجره سوال است. بیشتر بودن دامنه مؤلفه P300 در گروه دانش سطحی نسبت به دانش عمیق در مطالعه قبلی نویسندگان نیز مشهود بود. می‌توان این نتیجه را به اختصاص منابع پردازشی کمتر و کارکرد مغزی بهینه‌تر برای حل تکالیف تفسیر نمودار، در افراد گروه دانش عمیق نسبت به گروه دانش سطحی نسبت داد (۱۹، ۲۰). همچنین با توجه به ارتباط مثبت بین دامنه مؤلفه P300 با میزان توجه، می‌توان

گفت؛ تکالیف تفسیر نمودار تابع، برای گروه دانش سطحی، خواسته‌های توجهی بالاتری داشته است. علاوه بر آن دامنه مؤلفه P300، مرتبط با انتخاب راهبرد برای حل مساله است، بنابراین نتیجه دیگری که می‌توان گرفت این است که افراد با دانش عمیق، راهبرد متفاوتی برای پاسخگویی به سوالات، نسبت به افراد دانش سطحی، اتخاذ کرده بودند. همان‌طور که قبلا عنوان شد گروه دانش سطحی، رویه‌ها و دستورات را به صورت طوطی‌وار حفظ کرده و مفاهیم را عمیقا یاد نگرفته بودند. لذا راهبردهای پاسخگویی آنها متفاوت از گروه دانش عمیق بوده و منجر به فعالیت مغزی بیشتری در آنها شده بود. از طرف دیگر، این تحقیق همسو با تحقیقات پیشین نشان داد که نواحی برانگیخته شده در حل تکالیف تفسیر نمودار، ناحیه‌هایی هستند که به هنگام حل تکالیف ریاضی به خصوص تکالیف ریاضیات پیشرفته فعال می‌شوند. به عنوان مثال، نواحی آهیانه‌ای میانی دو طرفی (Bilateral intraparietal)، نواحی گیجگاهی تحتانی (Inferior temporali) و خلفی پیش‌پیشانی (Dorsal prefrontal) با تکالیف ریاضیات پیشرفته شامل آنالیز، جبر، توپولوژی و هندسه، فعال می‌شود (۳۹). همچنین ناحیه آهیانه‌ای خلفی (Posterior parietal)، (۴۰) و نواحی آهیانه‌ای و پیش‌پیشانی (۴۱)، درگیر حل مسائل جبر، و قطعه‌های آهیانه‌ای بالایی و خلفی (Posterior superior parietal lobule) و شیار درون آهیانه‌ای (Intraparietal sulcus)، درگیر پردازش توابع ریاضی در هر دو شکل جبری و نموداری می‌شوند (۴۲). نتیجه دیگر این بود که در پنجره پاسخ، دامنه مؤلفه P300، تفاوت معناداری در دو گروه دانش عمیق و دانش سطحی نداشت. بنابراین می‌توان گفت که پردازش‌های مغزی دو گروه، به هنگام نمایش پاسخ در این پنجره زمانی، یکسان بوده است. با توجه به تفاوت دامنه این مؤلفه در دو گروه در پنجره سوال، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که بیشترین میزان تفاوت پردازش‌های شناختی دو گروه در تفسیر نمودار تابع، به هنگام نمایش نمودار اتفاق می‌افتد. نتیجه بعدی که حاصل شد این بود که تأخیر مؤلفه P300 در هر دو گروه چه در پنجره زمانی سوال و چه در پنجره زمانی پاسخ با یکدیگر تفاوت معناداری نداشت. این بدان معنی است که سرعت پردازش اطلاعات در هر دو گروه تقریبا یکسان بوده است. از تحلیل داده‌های الکتروفیزیولوژی می‌توان نتیجه گرفت که پردازش‌های مغزی افراد گروهی که دانش سطحی در تفسیر نمودار داشتند متفاوت از افراد گروه دانش عمیق است و این تفاوت به هنگام نمایش نمودار آشکار می‌شود.

مطالعات رفتاری پیشین، مشکلات دانش‌آموزان در کار با تفسیر نمودار تابع را ناشی از دانش مفهومی ضعیف و حفظ طوطی‌وار قواعد عنوان کرده بودند (۴، ۶ -۱۰). نتایج این مطالعه می‌تواند مدرکی بر تأیید یافته‌های آنان باشد. زیرا اول، مشخص شد که افراد دارای دانش عمیق از دقت بالاتری در حل مسائل تفسیر نمودار برخوردارند. یعنی دانش عمیق باعث عملکرد بهتر افراد در حل مسائل تفسیر نمودار تابع شد. دوم، با توجه به دامنه مؤلفه P300، راهبردهای حل مسائل افراد دانش عمیق، متفاوت از افراد دارای دانش سطحی بود که می‌توان آن را ناشی از حفظ طوطی‌وار و بدون درک مفاهیم در افراد دارای دانش سطحی دانست.

## نتیجه‌گیری

در مجموع با توجه به نتایج پرسشنامه و نتایج رفتاری و الکتروفیزیولوژی می‌توان گفت؛ اول اینکه، ابزارهای علوم اعصاب شناختی کمک مهمی در تشخیص تفاوت‌های فردی در عملکرد ریاضی ایفا می‌کنند. دوم اینکه، دانش مفهومی و رویه‌ای عمیقِ فراگیران باعث کارکرد بهینه مغزی در آنها می‌شود، یعنی به آنها کمک می‌کند که برای حل مسأله‌ای خاص، منابع کمتری از مغزشان را درگیر پردازش اطلاعات کرده و از ظرفیت مغزی خود به صورت بهینه استفاده کنند. لازم به ذکر است که مشابه این نتایج در تحقیق قبلی نویسندگان نیز به دست آمد. در تحقیق قبلی، تکالیف ریاضی در مبحث انتقال و بازنمایی تابع و در تحقیق حاضر در مبحث تفسیر نمودار تابع بود. یعنی در این دو مبحث متفاوت ریاضی مشخص شد که پردازش‌های شناختی افراد دارای دانش عمیق متفاوت از افراد دارای دانش سطحی است. همچنین کارکرد مغزی افراد دارای دانش عمیق نسبت به افراد دارای دانش سطحی بهینه‌تر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که درک عمیق فراگیران در این دو مبحث ریاضی می‌تواند منجر به کاهش بار شناختی مغز و کارکرد بهینه آن شود. بنابراین از لحاظ آموزشی پیشنهاد می‌شود که معلمان و آموزش‌گران نسبت به آموزش مفهومی و رویه‌ای عمیق این مباحث ریاضی، اهتمام بیشتری داشته باشند. همچنین از لحاظ پژوهشی پیشنهاد می‌شود اول، مطالعاتی به کمک fMRI در این حوزه انجام شود تا مدرک محکم‌تری برای تأیید یافته‌های این تحقیق باشد. دوم، تحقیقاتی بر روی آزمودنی‌های دختر صورت بگیرد تا مشخص شود که اثر جنسیت بر نتایج مطالعه حاضر چگونه است. سوم، تحقیقاتی در مباحث دیگر ریاضی به همین روش انجام شود تا بتوان نتایج این تحقیقات را تعمیم داد.

## تشکر و قدردانی

این پژوهش با حمایت مالی دانشگاه فردوسی مشهد (کد ۳/۲۷۹۱۰) و ستاد راهبری توسعه علوم و فناوریهای شناختی (کد ۲۴۶) انجام گرفته است.

## References

1. Leinhardt G, Zaslavsky O, Stein MK. Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*. 1990;60(1):1-64.

2. Glazer N. Challenges with graph interpretation: A review of the literature. *Studies in Science Education*. 2011;47(2):183-210.

3. Bellmer, S. Cognitive structures and students' understanding of mathematics. 15th SEFI MWG Seminar and 8th Workshop GFC. 2010 June 20-23; Wismar, Germany;2010.

4. Baker B, Cooley L, Trigueros M. A calculus graphing schema. *Journal for Research in Mathematics Education*. 2000;31(5):557-578.

5. Aspinwall L, Shaw KL, Presmeg NC. Uncontrollable mental imagery: Graphical connections between a function and its derivative. *Educational Studies in Mathematics*. 1997;33(3):301-317.

6. Abbey KD. Students' understanding of deriving properties of a function's graph from the sign chart of the first derivative [PhD Dissertation]. Orono:University of Maine;2008.

7. Asiala M, Cottrill J, Dubinsky E, Schwingendorf KE. The development of students' graphical understanding of the derivative. *The Journal of Mathematical Behavior*. 1997;16(4):399-431.

8. Orton A. Students' understanding of differentiation. *Educational Studies in Mathematics*. 1983;14(3):235-250.

9. Selden J, Selden A, Mason A. Even good calculus students can't solve non routine problems. In Kaput, JJ, Dubinsky E, editors. Research Issues in Undergraduate Mathematics Learning, MAA Notes 33. Washington, DC:Mathematical Association of America;1994. pp. 19-26.

10. Ubuz B. Interpreting a graph and constructing its derivative graph: Stability and change in students' conceptions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 2007;38(5):609-637.

11. Hiebert J, Carpenter TP. Learning and teaching with understanding. In: Grouws DA, editor. Handbook of research on mathematics teaching and learning. Virginia:A project of the National Council of Teachers of Mathematics;1992. pp. 65-97.

12. Hiebert J, Lefevre P. Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In Hiebert J, editor. Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics. New York:Lawrence Erlbaum Associates Inc;1986. pp. 1-27.

13. Rittle-Johnson B, Schneider M. Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In: Cohen Kadosh R, Dowker A, editors. Oxford handbook of numerical cognition. Oxford:Oxford University Press;2014. pp.1102-1118.

14. Baroody AJ, Feil Y, Johnson AR. An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*. 2007;38(2):115-131.

15. Star JR. Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*. 2005;36(5):404-411.

16. De Smedt B, Verschaffel L. Traveling down the road: from cognitive neuroscience to mathematics education… and back. *ZDM Mathematics Education*. 2010;42(6):649-654.

17. Picton TW, Bentin S, Berg P, Donchin E, Hillyard SA, Johnson R, et al. Guidelines for using human event-related potentials to study cognition: Recording standards and publication criteria. *Psychophysiology*. 2000;37(2):127-152.

18. Nunez-Pena MI, Gracia-Bafalluy M, Tubau E. Individual differences in arithmetic skill reflected in event-related brain potentials. *International Journal of Psychophysiology*. 2011;80(2):143-149.

19. Leikin R, Leikin M, Waisman I. What is special about the brain activity of mathematically gifted adolescents?. In: Leikin R., Sriraman B, editors. Creativity and Giftedness. New York:Springer Cham;2017. pp. 165-181

20. Waisman I, Leikin M, Shaul S, Leikin R. Brain activity associated with translation between graphical and symbolic representations of functions in generally gifted and excelling in mathematics adolescents. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 2014;12(3):669-696.

21. Linden DE. The P300: Where in the brain is it produced and what does it tell us?. *The Neuroscientist*. 2005;11(6):563-576.

22. Johnson R. The amplitude of the P300 component of the event-related potential: Review and synthesis. *Advances in*

*Psychophysiology*. 1988;3:69-137.

23. Jost K, Beinhoff U, Hennighausen E, Rösler F. Facts, rules, and strategies in single-digit multiplication: Evidence from event-related brain potentials. *Cognitive Brain Research*. 2004;20(2):183-193.

24. Kok A. On the utility of P3 amplitude as a measure of processing capacity. *Psychophysiology*. 2001;38(3):557-577.

25. Wilson GF, Swain CR, Ullsperger P. ERP components elicited in response to warning stimuli: The influence of task difficulty. *Biological Psychology*. 1998;47(2):137-158.

26. Kok A. Event-related-potential (ERP) reflections of mental resources: A review and synthesis. *Biological Psychology*. 1997;45(1-3):19-56.

27. Bajric J, Rösler F, Heil M, Hennighausen E. On separating processes of event categorization, task preparation, and mental rotation proper in a handedness recognition task. *Psychophysiology*. 1999;36(3):399-408.

28. Kiefer M, Marzinzik F, Weisbrod M, Scherg M, Spitzer M. The time course of brain activations during response inhibition: Evidence from event-related potentials in a go/no go task. *Neuroreport*. 1998;9(4):765-770.

29. Wang L, Xu G, Yang S, Song Y, Wei Y, Yan W. Research on Event Related Potential elicited by number recognizing and arithmetic calculating. In Noninvasive Functional Source Imaging of the Brain and Heart and the International Conference on Functional Biomedical Imaging, 2007. Joint Meeting of the 6th International Symposium on 2007 Oct 12; Hangzhou, China. (pp. 247-250). IEEE.

30. Polich J. Updating P300: An integrative theory of P3a and P3b. *Clinical Neurophysiology*. 2007;118(10):2128-2148.

31. Yagoubi RE, Lemaire P, Besson M. Effects of aging on arithmetic problem-solving: An event-related brain potential study. *Journal of Cognitive Neuroscience*. 2005;17(1):37-50.

32. Leikin M, Waisman I, Shaul S, Leikin R. Brain activity associated with translation from a visual to a symbolic representation in algebra and geometry. *Journal of Integrative Neuroscience*. 2014;13(1):35-59.

33. Nunez-Pena MI, Cortinas M, Escera C. Problem size effect and processing strategies in mental arithmetic. *Neuroreport*. 2006;17(4):357-360.

34. Houlihan M, Stelmack R, Campbell K. Intelligence and the effects of perceptual processing demands, task difficulty and processing speed on P300, reaction time and movement time. *Intelligence*. 1998;26(1):9-25.

35. Farsad N, Alamolhodaei H, Moghimi A, Moghimi S, Jabbari Nooghabi M. The comparison of P300 amplitude in students with high and low conceptual and procedural knowledge on graphical and algebraic representation of function. *The Journal of Neuropsychology*. 2018;3(11):55-70. (Persian)

36. Engelbrecht J, Hardin, A, Potgieter M. Undergraduate students' performance and confidence in procedural and conceptual mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 2005;36(7):701-712.

37. Heidari Charvadeh, M. A guide assessment to reliability and validity in the social-cultural research. Mashhad:ACECR-Mashhad Publication;2010. (Persian)

38. Draheim C, Hicks KL, Engle RW. Combining reaction time and accuracy: The relationship between working memory capacity and task switching as a case example. *Perspectives on Psychological Science*. 2016;11(1):133-155.

39. Amalric M, Dehaene S. Origins of the brain networks for advanced mathematics in expert mathematicians. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2016;113(18):4909-4917.

40. Sohn MH, Goode A, Koedinger KR, Stenger VA, Fissell K, Carter CS, et al. Behavioral equivalence, but not neural equivalence—neural evidence of alternative strategies in mathematical thinking. *Nature Neuroscience*. 2004;7(11):1193-1194.

41. Danker JF, Anderson JR. The roles of prefrontal and posterior parietal cortex in algebra problem solving: A case of using cognitive modeling to inform neuroimaging data. *Neuroimage*. 2007;35(3):1365-1377.

42. Thomas MO, Wilson AJ, Corballis MC, Lim VK, Yoon C. Evidence from cognitive neuroscience for the role of graphical and algebraic representations in understanding function. *ZDM Mathematics Education*. 2010;42(6):607-619.